התכנסות במידה שווה

# הגדרה

יהיו פונקציה וסדרת פונקציות בהתאמה המוגדרות בתחום *D. אנו נאמר שסדרת הפונקציות מתכנסת במידה שווה לפונ' בתחום D אם לכל קיים טבעי כך שלכל ולכל מתקיים*

1. *נרצה להוכיח התכנסות במידה שווה. לכל נבחר .*
2. *נראה כי אין התכנסות במ"ש. יש להראות כי קיים כך שלכל n טבעי קיים כך ש*

## הערה

אם פונ' הגבול לא רציפה אז אין התכנסות במידה שווה. אבל ההיפך לא נכון. ז"א אם פונ' הגבול רציפה זה לא אומר שיש התכנסות במידה שווה.

1. נראה שאין התכנסות במידה שווה. נבחר . תהי ונקבל:

# הגדרה

יהיו ו טור של פונקציות ופונקציה בהתאמה המוגדרים בתחום D. אנו אומרים שהטור מתכנס במידה שווה בתחום D וסכומו אם לכל קיים טבעי כך שלכל מתקיים

1. בקטע , הטור שבו ו, , ,... . זהו טור טלסקופי – הכל מתבטל חוץ מהאיבר הראשון והאחרון ואנחנו מקבלים   
   נבחר ואז

# משפט ווישטראס(משפט הM)

תהי טור של פונ' בתחום D. אם קיים טור חיובי מתכנס של מספרים קבועים כך שלכל אזי מתכנס במידה שווה.

1. הטור מתכנס במידה שווה, כי מתקיים והטור מתכנס לכן מתקיים כי הטור מתכנס במידה שווה.

# משפט(הקריטריון של קושי)

תהי סדרת פונקציות המוגדרת בתחום D. תנאי הכרחי ומספיק לכך שהסדרה תתכנס במ"ש הוא שלכל קיים טבעי כך שלכל ולכל מתקיים

# תזכורת: משפט לייבניץ

תהי סדרה של מספרים חיוביים השואפת באופן מונוטוני לאפס, כלומר לכל n ו, אזי:

1. מתכנס.
2. הסכום S של הטור מקיים
3. הm שארית של הטור מקיימת ו

# דוגמה

נתבונן בטור . טור זה מתכנס כי לכל x קבוע אנו מקבלים טור המקיים את תנאי משפט לייבניץ. בנוסף השארית היא:

לכל נבחר   
נשים ♥ כי הטור לא מתכנס בהחלט.